

RECTA TANGENTE, CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO

Encuentra una ecuación de la recta tangente a cada una de las siguientes curvas en el punto cuya abscisa se indica.

1) $y = \frac{1}{2x^2}$ en $x = 1$

2) $y = 4x^2 - 3x$ en $x = \frac{1}{2}$

3) $y = \frac{x^2 + 2}{x - 1}$ en $x = -2$

4) $y = \sqrt{x}$ en $x = 4$

5) $y = \sqrt{1-x}$ en $x = \frac{3}{4}$ [R.C.]

6) $y = \frac{x^2}{x+1}$ en $x = 0$

7) $y = 2x - 3x^2$ en $x = 1$ y $x = 3$

8) $y = 3x - x^2$ en $x = \frac{3}{2}$

9) Calcula las coordenadas del punto de la gráfica de la función $f(x) = 2\sqrt{5x}$ en el que la recta tangente forme con OX^+ un ángulo de 45° . Determina la ecuación de dicha recta.

10) Determina las coordenadas de los puntos de la gráfica de $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$ en los que la recta tangente es paralela al eje OX .

11) La ecuación de la recta tangente a la gráfica de una función f en el punto de abscisa $x = -2$ es $y = -x + 2$. Determina el valor de $f'(-2)$ y las coordenadas del punto de tangencia.

12) ¿En qué puntos la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = 2x^3 - 4x$ tiene pendiente 2? ¿Hay algún punto de la gráfica en el que la recta tangente sea horizontal?

13) Halla los puntos de la gráfica de la función $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8x$ en los que la recta tangente tiene pendiente 8. Demuestra que hay dos puntos de la gráfica de f los que la recta tangente es horizontal.

14) Estudia el crecimiento y decrecimiento de la función $f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 8x + 5$ en los puntos de abscisa:

a) $x = 0$

b) $x = 2$

c) $x = -\frac{1}{2}$

15) Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento así como los posibles extremos relativos de las funciones siguientes. Esboza también una gráfica de dichas funciones.

a) $f(x) = 3x^3 + 2x$

b) $f(x) = 3x - x^3$

c) $f(x) = 2x - x^2$

d) $f(x) = x^4 - 2x^2$

e) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

f) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 9}$

16) Halla a , b y c sabiendo que la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ pasa por $(-1, 0)$ y tiene un máximo en $(0, 4)$.

17) Una población de 100 millones de bacterias está siendo tratada para su eliminación y se sabe que la población p en millones en el instante t (en días) $p(t) = 100 - t^2$.

a) Halla su tasa de variación entre los días $t = 1$ y $t = 2$.

b) ¿Cuál es la velocidad de decrecimiento de la población en $t = 3$?

18) Se ha trazado la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = x^3$ y se sabe que su pendiente es 3 y que pasa por el punto $(0, -2)$. Halla el punto de tangencia.

19) Sea la función $f(x) = \frac{16}{x^2(x-4)}$

a) Determina su dominio de existencia y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b) Calcula sus asíntotas y extremos.

c) Representa gráficamente la función.